Solution 14 :

1°/On a : $f(A) = D$ et $f(D) = C$

f étant un antidéplacement donc f est soit une symétrie orthogonale, soit une symétrie glissante .

Supposons que f est une symétrie orthogonale alors $f = S_{\Delta}$.

On a : $S_{\Delta}(A) = D$ donc $S_{\Delta}(D) = A$ or $S_{\Delta}(D) = C$ ce qui est absurde donc $f \neq S_{\Delta}$ et par suite f est une symétrie glissante .

2°/ $A \xrightarrow{f} D$

$D \xrightarrow{f} C$

$C \xrightarrow{f} E$

On a : ADC est un triangle isocèle rectangle en D donc DA = DC et $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC}) \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$

$(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CE}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ car un antidéplacement transforme les mesures des angles en leurs opposés .

Donc DEC est un triangle isocèle rectangle en E .

b) On a : CD = CE et CD = CB donc CE = CB

On a : (CD) $\perp$ (CB) et (CB) $\perp$ (CE) donc (CB) // (CE)

Donc C = E * B d'où la construction du point E .

c) $A \xrightarrow{f} D$

$D \xrightarrow{f} C$

$B' \xrightarrow{f} B'$

On a : ABD est un triangle isocèle rectangle en A de sens direct donc son image DB'C par f est un triangle en D et de sens indirect .

D'où la construction du point B' (voir figure) .

3°/ $f = S_{\Delta} \circ T_{\vec{u}} = T_{\vec{u}} \circ S_{\Delta}$ où $\vec{u}$ est un vecteur directeur de Δ .

On a : $f \circ f = T_{2\vec{u}}$, d'autre part : $f \circ f(A) = f(f(A)) = f(D) = C$

Donc $T_{2\vec{u}}(A) = C$ et par suite $2\vec{u} = \overrightarrow{AC}$ d'où $\vec{u} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AO}$.

On a : $S_{\Delta} \circ T_{\vec{u}} = f$ donc $S_{\Delta} \circ T_{\vec{u}}(A) = f(A) \Rightarrow S_{\Delta}(O) = D$ (car $T_{\vec{u}}(A) = O$) d'où Δ est la médiatrice de [OD] .